

ここでは全ての観測者が独自の時間の流れ、空間の尺度を持つという意味です。

このアインシュタインの相対性原理をガリレオの相対性原理と比較しながら考えてみましょう。

重力場を扱う一般相対性原理よりも、慣性系相互の関係を扱う特殊相対性原理の方が扱いやすいので、

まず特殊相対性原理をガリレオの相対性原理と比べながら、観測者相互の座標変換を考察します。

(ここで座標変換とは、観測者の立場を入れ替えることを言います。)

ガリレイの座標変換式

ガリレイの相対性原理とは

運動は相対的(どの慣性系も同等)でどの慣性系でもニュートンの運動方程式が同じ形で成り立つことを言います。

このガリレイの相対性原理を満たすための座標変換式は、(x-y座標系とx'-y'座標系で)

$$x = x' + vt \quad y = y' \text{ 表せます。}$$

上式を時間で二度微分すると加速度(α)になります。

$$d^2x/dt^2 = d^2x'/dt^2 = \alpha$$

この式はどちらの座標系からみても加速度(α)は同じであることを示しています。

そこでどちらの座標系からみても運動方程式は同じく $f = m\alpha$ で同じです。

従って、ニュートンの運動方程式 ($f = m\alpha$) はガリレオ交換に対して不変と言えます。

しかし、光速不変の原理を柱とし時間と空間の絶対性が否定され時間の進み方が遅くなったり、進む距離も短くなったりする特殊相対性原理はガリレオ変換に対して不変とは言えません。

光速不変原理を柱とし、時間と空間の絶対性を否定するアインシュタインの特殊相対性原理を満たす座標変換はローレンツ変換によらなくてはなりません。

時空を変換するローレンツ変換式

ここでローレンツ変換式を導いてみましょう。運動する物体は

進行方向に $\sqrt{1-\beta^2}$ だけ収縮します。(ローレンツ収縮。ここで $\beta = v/c$ 、 c は光速、 v は物体の速度)

そこでガリレイ変換式 $x = x' + vt$ を $\sqrt{1-\beta^2}$ で割ることによって空間のローレンツ変換式を導くことができます。

$$X = \frac{x' + vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \dots \text{空間のローレンツ変換式}$$

この式の空間の因子 X と時間の因子 t とを

入れ替えて変更を加えることによって、時間のローレンツ変換式を導くことができます。

$$t = \frac{t' + \beta x'/c}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \dots \text{時間のローレンツ変換式}$$

尚、ガリレイ変換式とローレンツ変換式を比べてみると、速度 v が小さくなればなるほど、その値を両変換式に代入して得られる計算結果は近似していることがわかります。

逆に v が光速に近づくほど大きくなるとガリレイ変換、ローレンツ変換の違いは顕著になります。

以上、慣性系を扱う特殊相対性理論について考察しましたが、全ての観測者は独自の時間の流れと空間の尺度を持つという「相対性」は重力場を扱う一般相対性原理にも当てはまるのです。

そこで特殊相対性理論の「どの慣性系でも」を「どの座標系でも」と重力場までに拡張し一般化すれば一般相対性理論の基本原則となります。

因みにカーナビに電波信号を送る GPS 機能付き人工衛星にはアインシュタインの特殊相対論効果と一般相対論効果を考慮した原子時計が積載されています、時速 1 万 Km 以上の高速で周回する GPS 搭載の人工衛星に流れる時間は特殊相対性効果により、地上にある物体に流れる時間よりも流れが遅くなります。(ただ時計が遅れるだけではなく、時間の流れが遅くなる結果、時計が遅れるのです。)

しかし、他方で 2 万 km 上空を周回する人工衛星にかかる重力よりも地上の重力の方が強い為に、一般相対論効果により地上に流れる時間の方が遅くなります。

これを差引計算すると地上のカーナビ車に流れる時間の方が GPS 衛星に流れる時間よりも 1 秒間に 100 億分の 4.45 秒だけ遅くなります。

そこで GPS 衛星に積載してある原子時計は 1 秒間に 100 億分の 4.45 秒だけ遅れるように設計され、そこからカーナビ車に電波信号を送り、カーナビ車を正確にナビゲートしているのです。